

# RÉDUCTION DES ÉCARTS DE RENDEMENT

9<sup>e</sup> année

Module 6 :  
Expressions algébriques  
et équations

Guide de l'élève



## Module 6

# Expressions algébriques et équations

Évaluation diagnostique .....	3
Formulation d'expressions algébriques et d'équations .....	6
Expressions algébriques équivalentes.....	11
Évaluation d'expressions algébriques.....	16
Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations .....	20



## Évaluation diagnostique

1. Décris ce que chaque expression algébrique ou équation représente par rapport à la variable «  $j$  ». Une description possible de la première expression est donnée à titre d'exemple.

a)  $2j$  Doubler le nombre que représente  $j$ .

b)  $8 - j$  \_\_\_\_\_

c)  $4j + 8$  \_\_\_\_\_

d)  $20 - 2j = 10$  \_\_\_\_\_

2. Représente chaque énoncé suivant à l'aide d'une expression algébrique ou d'une équation.

a) On triple un nombre et on ajoute 2. \_\_\_\_\_

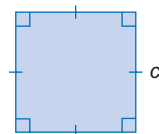
b) On multiplie un nombre par 4, puis on soustrait le produit de 30. \_\_\_\_\_

c) Trois de plus que le double d'un nombre est égal à 85. \_\_\_\_\_

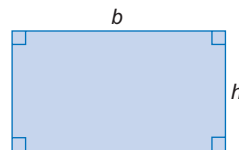
d) Un nombre est égal à quatre de moins que le double d'un autre nombre.  
\_\_\_\_\_

3. Représente chaque énoncé suivant à l'aide d'une expression algébrique.

a) le périmètre du carré \_\_\_\_\_



b) le périmètre du rectangle \_\_\_\_\_



c) le montant total d'argent \_\_\_\_\_



billets ( $b$ )



pièces de deux dollars ( $p$ )

4. Explique pourquoi  $4a + (-3a) = a$ .

5. Explique pourquoi les expressions algébriques  $5a - 1$  et  $4a$  ne sont pas équivalentes.

6. Simplifie les expressions algébriques suivantes.

- a)  $2a + 4 + 5a + 8$  \_\_\_\_\_
- b)  $-2a + (-7) + 3a - 8$  \_\_\_\_\_
- c)  $9t + (-5) + (-8s) + 10$  \_\_\_\_\_

7. Évalue les expressions algébriques suivantes.

- a)  $4k - 3$ , si  $k = 8$
- b)  $20 - 3k$ , si  $k = -2$
- c)  $6 + m + 2m^2$ , si  $m = -3$
- d)  $3a^2$ , si  $a = 4$

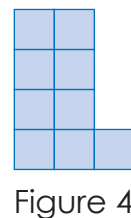
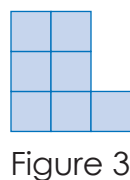
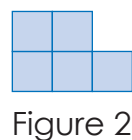
8. Crée deux expressions algébriques comportant la variable  $t$  qui ont une valeur de 20 lorsque  $t = -2$ .

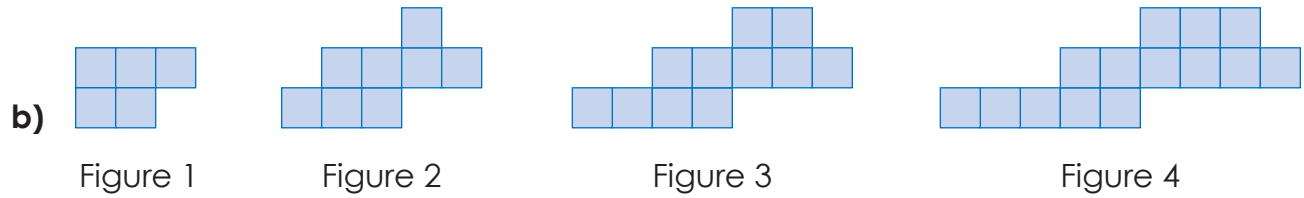
9. Sans substituer de valeurs, dis pourquoi chacune des inéquations suivantes doit être vraie.

a)  $3m - 20 > 2m - 20$ , si  $m$  est positif.

b)  $40 - 3t > 40 - 2t$ , si  $t$  est négatif.

10. Pour chacune des suites de figures, crée une expression algébrique qui représente la relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent.





11. Pour chacune des suites numériques, crée une expression algébrique qui représente la relation entre un terme de la suite et son rang ( $n$ ).

a) 3, 6, 9, 12, ...

b) 7, 12, 17, 22, 27, ...

c) 50, 48, 46, 44, ...

12. Comment l'équation  $4n + 4 = 120$  t'aide-t-elle à déterminer le rang du terme 120 dans la suite 8, 12, 16, 20, ...?

# Formulation d'expressions algébriques et d'équations

---

## Question ouverte

### Expressions algébriques

$2000 - 30t$

$100m - 4$

$10 + 5w$

$3n + 40$

$5p$

$2y + 1$

### Équations

$100 - 2n = 48$

$6h = 120$

$32 + 2d = 80$

$5f + 2t = 200$

$P = 3s$

$2a + 2b = 600$

- Choisis au moins deux des expressions algébriques et deux des équations.
- Décris au moins trois situations concrètes pouvant correspondre à chacune des **expressions algébriques** et à chacune des **équations** choisies.



## Fiche de réflexion

Une **expression algébrique** est un ensemble de nombres et de variables reliés entre eux par des opérations.

Voici quelques exemples d'expressions algébriques :

$$4 - 2t \quad 3n + 1 \quad 2x - x^2 + 4 \quad 2n \quad t + (t - 1)$$

- Chaque partie d'une expression algébrique s'appelle un **terme**. Par exemple, dans l'expression  $3n + 1$ ,  $3n$  et  $1$  sont des termes.
- Un terme composé d'une variable et d'un nombre placé immédiatement devant représente un produit. Par exemple, le terme  $2n$  signifie deux fois la valeur de  $n$  ou 2 multiplié par  $n$ . Le nombre 2 placé immédiatement devant la variable  $n$  s'appelle un **coefficient**.
- Un terme composé seulement d'un nombre est un **terme constant**. Dans l'expression  $4 - 2t$  par exemple, 4 est un terme constant.
- S'il n'y a pas de nombre placé immédiatement devant une variable, il est sous-entendu que ce nombre est 1. Par exemple,  $m$  est équivalent à  $1m$ , donc le coefficient est 1.

Les expressions algébriques permettent de représenter les relations entre des nombres de façon concise. Par exemple, on peut représenter l'énoncé « Choisir un nombre, le doubler, puis soustraire 3. » à l'aide de l'expression algébrique  $2n - 3$ . Utiliser la variable  $n$  au lieu d'un nombre précis est une façon de dire que le nombre comme tel n'a pas d'importance; on fait les mêmes opérations quel que soit le nombre. On aurait pu choisir une autre lettre ou un symbole comme variable.

Le tableau suivant présente différents exemples d'énoncés représentés par une expression algébrique.

<b>Énoncé</b>	2 de moins qu'un nombre	1 de plus que le triple d'un nombre	la somme de deux nombres entiers consécutifs	un nombre soustrait de 10
<b>Expression algébrique</b>	$n - 2$	$3n + 1$	$t + (t + 1)$	$10 - s$

Pour représenter un énoncé à l'aide d'une expression algébrique, il faut penser aux opérations que suggèrent les divers mots utilisés. Par exemple, pour l'énoncé « Diviser un nombre par 3, puis soustraire 4. », on écrit  $n \div 3 - 4$ ; pour l'énoncé « Additionner le double d'un nombre à 1 de moins que le nombre original, puis ajouter 4. », on écrit  $2n + (n - 1) + 4$ .

Une **équation** est un énoncé mathématique qui décrit une relation d'égalité entre deux expressions, dont au moins une est une expression algébrique.

Par exemple, l'équation  $3n + 1 = 4$  signifie que la valeur de l'expression  $3n + 1$  est 4 pour une certaine valeur de  $n$ .

De même, l'équation  $3n + 1 = 2n + 5$  signifie que les expressions  $3n + 1$  et  $2n + 5$  ont la même valeur pour une certaine valeur de  $n$ .

La formule pour déterminer l'aire d'un rectangle, soit  $A = bh$  (ce qui signifie  $b$  multiplié par  $h$ ) est aussi une équation. Elle signifie que  $A$  et  $bh$  ont la même valeur dans certaines situations (p. ex., dans le cas où la figure plane est un rectangle).

L'énoncé mathématique  $y = 2x + 3$  est aussi une équation. Il décrit une relation d'égalité entre les deux expressions  $y$  et  $2x + 3$  pour certaines valeurs des deux variables (p. ex., si  $x = 5$  et  $y = 13$ ).

L'énoncé mathématique  $2t + t = 3t$  signifie que les deux expressions algébriques situées de part et d'autre du symbole de l'égalité ont la même valeur pour une certaine valeur de  $t$ , mais dans ce cas, c'est pour toutes les valeurs de  $t$ . C'est parce que si l'on additionne un nombre au double du nombre, c'est comme l'additionner à lui-même deux fois, et c'est ce que tripler veut dire.

1. Fais correspondre chaque énoncé à une expression algébrique. Un élément de chaque colonne n'aura pas de correspondant.

- |   |             |
|---|-------------|
| a) Cinq de plus qu'un nombre.                               | $5 - n$     |
| b) Cinq fois un nombre est augmenté de quatre.              | $4 + t + 5$ |
| c) Quatre fois un nombre est augmenté de cinq.              | $n - 5$     |
| d) Un nombre est augmenté de quatre, puis augmenté de cinq. | $4n + 5$    |
| e) Un nombre est soustrait de cinq.                         | $n + 5$     |
| f) Cinq de moins qu'un nombre.                              | $4 - 5n$    |

2. Décris à l'aide d'un énoncé, une situation pouvant correspondre à chacune des expressions algébriques suivantes.

- $x + x^2$
- $3 + 4t - 5$
- $20 - 2t$
- $14 \div t$

3. Représente chacun des énoncés suivants à l'aide d'une expression algébrique.


- a) Le coût total de  $p$  articles, si chacun coûte 5 \$.
- b) La somme d'un multiple de 3 et du nombre supérieur de 1 à ce multiple de 3.
- c) Le coût total de  $m$  muffins qui coûtent 1,50 \$ chacun et de  $p$  muffins qui coûtent 1,29 \$ chacun.
- d) La part d'une personne, si 5 personnes paient  $d$  dollars pour un article et qu'elles partagent ce coût également.
- e) Tes économies totales après  $s$  semaines, si tu avais au départ 100 \$ d'économies et que tu as économisé 10 \$ par semaine.

4. Représente chacun des énoncés suivants à l'aide d'une équation.

- a) Trois de plus qu'un nombre est égal à dix-huit.
- b) Quatre de plus que le double d'un nombre est égal à trois fois le nombre.
- c) Un nombre est égal au double d'un autre nombre.
- d) Si un nombre est soustrait de dix, le résultat obtenu est égal à quatre fois le nombre original.

5. La variable  $j$  représente le nombre situé dans une case quelconque de cette page de calendrier.

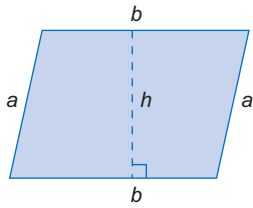
- a) Explique pourquoi l'expression  $j + 7$  représente le nombre situé directement sous la case contenant le nombre  $j$ .



Septembre						
D	L	M	M	J	V	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

- b) À l'aide de la variable  $j$ , crée une expression algébrique qui représente le nombre situé dans une autre case de ton choix.

6.



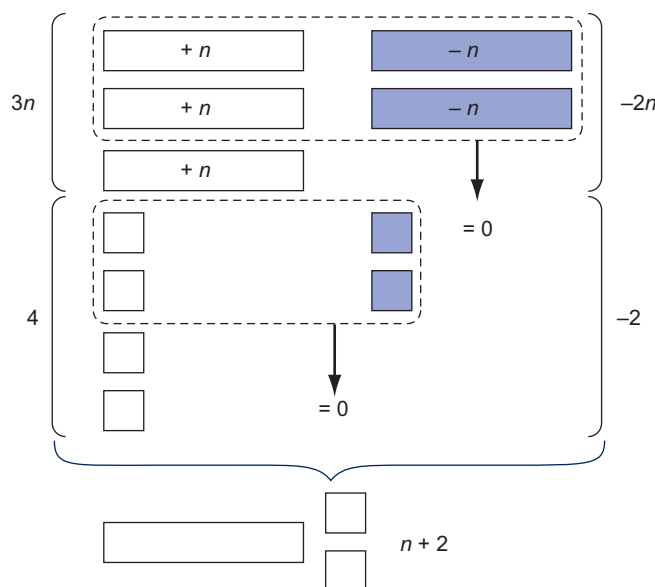
- a) Crée une expression algébrique pour représenter le périmètre du parallélogramme.
  - b) Crée une expression algébrique pour représenter la différence entre la longueur  $b$  et la largeur  $a$ .
  - c) Crée une expression algébrique pour représenter l'aire du parallélogramme.
7. Crée une équation pour représenter chacune des situations suivantes, en fonction du parallélogramme illustré à la question 6.
- a) Le périmètre mesure 84 cm.
  - b) La longueur mesure 8 cm de plus que la largeur.
  - c) Le double de la longueur a la même valeur que le triple de la largeur.
  - d) L'aire mesure  $42 \text{ cm}^2$ .
8. Choisis une des expressions algébriques suivantes :  $x + 20$ ,  $2x - 10$  ou  $x - 12$ .  
Décris à l'aide d'un énoncé, une situation pouvant correspondre à l'expression choisie.

## Expressions algébriques équivalentes

### Question ouverte

Gemma veut créer une expression algébrique équivalente à l'expression  $3n + 4 + (-2n) + (-2)$ .

Pour y arriver, elle utilise le fait que la somme de deux nombres opposés donne 0 [p. ex.,  $(+1) + (-1) = 0$  et  $(+n) + (-n) = 0$ ].



Gemma détermine aussi que l'expression  $3m - 2 + 4t - 5 - 3t$  est équivalente à l'expression  $3m + t - 7$ .

- Dans chacune des situations suivantes, crée une expression algébrique et son expression équivalente en tenant compte des restrictions données. Utilise une expression algébrique différente pour chaque situation.
  - Une expression algébrique comporte 6 termes et l'expression équivalente en comporte 4.
  - Une expression algébrique comporte 6 termes et l'expression équivalente en comporte 2.
  - Une expression algébrique comporte 2 variables, mais l'expression équivalente n'en comporte qu'une.
- Dans chaque cas, explique pourquoi tes expressions algébriques sont équivalentes.

## Fiche de réflexion

Il est parfois utile de représenter une expression algébrique à l'aide d'une **expression équivalente**, surtout si la seconde expression est plus simple. Deux expressions algébriques sont équivalentes si l'une d'elles n'est qu'une façon différente de représenter l'autre.


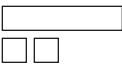
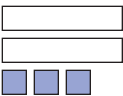
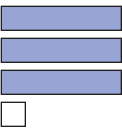
- Par exemple, tout comme la phrase mathématique  $3 \times 2 = 2 + 2 + 2$  signifie que  $3 \times 2$  et  $2 + 2 + 2$  sont des expressions numériques équivalentes, les expressions  $3j$  et  $j + j + j$  sont des expressions algébriques équivalentes. Puisque  $3j$  est plus simple à écrire que  $j + j + j$ , on dit que  $3j$  constitue une forme simplifiée de  $j + j + j$ .

En représentant des expressions algébriques à l'aide de modèles concrets ou imagés, il est plus facile de vérifier si deux expressions sont équivalentes.

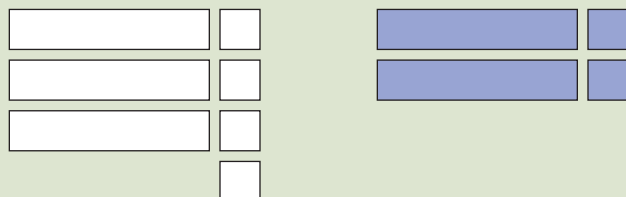
On peut utiliser un rectangle blanc pour représenter une variable et un rectangle gris pour représenter son opposé (négatif). S'il y a plus d'une variable, on peut utiliser des rectangles de taille différente. Le **coefficient** nous indique le nombre et la couleur des rectangles à utiliser.

On peut utiliser un carré blanc pour représenter  $+1$  et un carré gris pour représenter  $-1$ . Les termes **constants** nous indiquent le nombre et la couleur des carrés à utiliser.

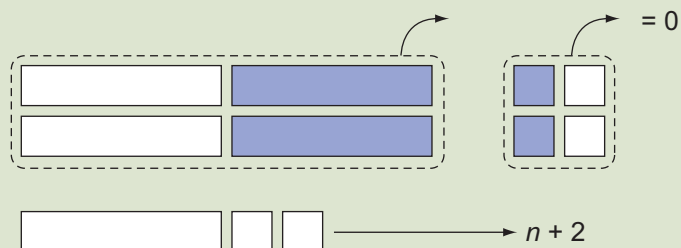
### Exemples

Expression	$n$	$n + 2$	$2n - 3$	$-3n + 1$
Modèle				

Se souvenir que  $+1 + (-1) = 0$  et que  $(+n) + (-n) = 0$  facilite la création d'expressions algébriques équivalentes. Par exemple,  $3n + 4 + (-2n) + (-2) = n + 2$ .



On peut additionner deux valeurs opposées telles que  $(+1)$  et  $(-1)$  ou  $(+n)$  et  $(-n)$  pour créer des zéros, puis les éliminer parce que les zéros ne changent pas la somme.



L'expression algébrique  $n + 2$  est donc équivalente à l'expression  $3n + 4 + (-2n) + (-2)$ .

L'expression algébrique  $3n - 2n + 4 - 2$  est aussi équivalente à l'expression  $3n + 4 + (-2n) + (-2)$ , parce qu'ajouter un terme négatif revient au même que soustraire un terme positif.

Même sans utiliser les modèles, on pourrait choisir de réorganiser les termes de l'expression algébrique  $3n + 4 + (-2n) + (-2)$  de la façon suivante :  $3n + (-2n) + 4 + (-2)$ . En regroupant les termes semblables, on constate que l'on obtient  $1n$  [puisque  $3 + (-2) = 1$ ] et  $+2$  [puisque  $4 + (-2) = +2$ ].

Lorsqu'on crée des expressions algébriques équivalentes, on doit veiller à regrouper seulement les **termes semblables**, c'est-à-dire ceux qui seraient modélés avec des rectangles de la même taille. Ceci correspond à déterminer le nombre de chaque type de rectangles qui restent après les avoir regroupés.

S'il y a deux variables, on les considère séparément.

Tout comme 2 trois et 4 deux ne donnent pas 6 trois ou 6 deux, on ne peut pas regrouper les termes comprenant des variables différentes. Ainsi,  $2x + 4y$  est simplement  $2x + 4y$  et non  $6x$  ou  $6y$  ou  $6xy$ .



$$\text{Donc, } 2a + 3 + (-4b) + (-3a) + (-1) = -a - 4b + 2.$$

Les termes comprenant la variable  $a$  ont été regroupés et les termes constants ont été regroupés, mais le terme  $-4b$  ne peut être regroupé avec aucun autre terme.

1. À l'aide d'un modèle, démontre pourquoi  $5q = 3q + 2q$ .
2. Pour chacune des expressions algébriques suivantes, crée un modèle ainsi qu'une expression équivalente.
  - a)  $2n + 4 + 4n + 8$
  - b)  $3n + (-5) + (-4n) + (-3)$
  - c)  $2n - 8 + (-6n) + 2$
3. Pour chacune des expressions algébriques suivantes, crée une expression équivalente comprenant deux termes de plus que l'expression originale.
  - a)  $-s + 8$
  - b)  $2s - 4y + 3$
  - c)  $-10 - x$

4. La variable  $s$  représente le nombre situé dans une case quelconque de la grille ci-contre.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	18	17	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

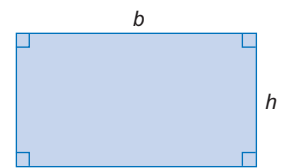
- a) Explique pourquoi l'expression algébrique  $s + 10$  représente le nombre directement sous  $s$ .

- b) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre  $s$  aux deux nombres qui sont placés directement sous  $s$ .



- c) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre  $s$  aux deux nombres qui sont placés de chaque côté de  $s$ .
  
- d) Crée deux expressions algébriques équivalentes qui représentent l'addition d'un nombre  $s$  aux deux nombres qui sont placés diagonalement vers le bas, à droite et à gauche de  $s$ .

5. Crée au moins deux expressions algébriques équivalentes pour représenter le périmètre du rectangle.



6. a) Pourquoi peut-on dire que l'expression algébrique  $5 \times \frac{n}{5}$  est équivalente à  $n$ ?
- b) Crée plusieurs autres expressions équivalentes à  $n$  et explique pourquoi elles sont équivalentes.

7. Un nombre ( $n$ ) quelconque est additionné à trois de plus que lui et à deux de moins que lui. Représente cet énoncé à l'aide de deux expressions algébriques équivalentes.

8. Crée deux expressions algébriques équivalentes, l'une comprenant 5 termes et l'autre comprenant 3 termes.

## Évaluation d'expressions algébriques

---

### Question ouverte

On cherche une expression algébrique qui comporte la variable  $m$  et qui a une valeur de  $-2$  lorsque  $m = +4$ . Cette expression pourrait, par exemple, être  $m - 6$  puisque  $4 - 6 = -2$ .

- Crée une autre expression algébrique qui satisfait à la condition ci-dessus.
  
- Crée le plus grand nombre d'expressions algébriques auxquelles tu penses qui satisfont à la condition ci-dessus, en incluant certaines dont plus d'un terme comprend la variable  $m$ .

## Fiche de réflexion

Dans une expression algébrique comprenant une seule variable, une valeur peut être **substituée** à la variable et l'expression peut être **évaluée**. En général, la valeur de l'expression change lorsque des valeurs différentes sont substituées.

Par exemple, l'expression algébrique  $2m$  signifie que l'on doit doubler toute valeur utilisée pour  $m$ . Ainsi, si  $m = 3$ , la valeur de  $2m$  est 6 puisque  $2 \times 3 = 6$ . Mais si  $m = -4$ , la valeur de  $2m$  est  $-8$  puisque  $2 \times (-4) = -8$ .

Si plusieurs **termes** d'une expression algébrique comportent la même variable, on doit toujours lui substituer la même valeur. Par exemple, si  $m = 4$ , la valeur de l'expression  $m + m^2$  est 20 puisque  $4 + 4^2 = 20$ .

Deux expressions algébriques équivalentes ont la même valeur lorsque la variable dans chacune est remplacée par une valeur commune. Par exemple, l'expression algébrique  $3n - 2 + 5n$  est équivalente à l'expression  $8n - 2$ . Leurs valeurs seront toujours identiques, quelle que soit la valeur substituée à la variable  $n$ . Par exemple, si  $n = 4$ , la valeur de chacune des expressions est 30 puisque  $3n - 2 + 5n = (3 \times 4) - 2 + (5 \times 4) = 30$  et que  $8n - 2 = (8 \times 4) - 2 = 30$ .

Même si ce n'est généralement pas le cas, il peut parfois arriver que deux expressions algébriques non équivalentes aient la même valeur lorsque la variable dans chacune est remplacée par une valeur commune. Par exemple, même si les expressions algébriques  $5n - 8$  et  $10n - 23$  ne sont pas équivalentes, elles ont la même valeur lorsque  $n = 3$ . En effet, si  $n = 3$ , alors  $(5n - 8) = (5 \times 3) - 8 = 7$  et  $10n - 23 = (10 \times 3) - 23 = 7$ . Par contre, lorsque  $n = 1$ ,  $5n - 8 = -3$  et  $10n - 23 = -13$ .

Si une expression algébrique comporte différentes variables, chacune de ces variables peut être remplacée par une même valeur ou par des valeurs différentes.

La priorité des opérations (PEDMAS) s'applique lors de l'évaluation d'expressions algébriques. Par exemple, si  $m = 6$ , alors  $3 + 2m = 3 + 2 \times 6 = 3 + 12 = 15$ .

1. Évalue chacune des expressions algébriques suivantes.

a)  $3 - 4m$ , si  $m = 3$

b)  $15 + 8m$ , si  $m = -1$

c)  $j + 2j^2$ , si  $j = 4$

d)  $j + (2j)^2$ , si  $j = 4$

e)  $15 - 3p$ , si  $p = 2$

f)  $\frac{3n + 2}{10 - n}$ , si  $n = 0$

2. a) Évalue l'expression algébrique  $3n$  en substituant différentes valeurs entières positives à  $n$ .

b) Qu'est-ce qui est vrai chaque fois?

c) Comment aurais-tu pu le prédire?

3. Prédis pour quelle valeur de  $m$  l'expression algébrique donnée aura la plus grande valeur. Vérifie ensuite ta prédiction.

a)  $4 + 3m$ , si  $m = -8$  ou si  $m = 8$

b)  $30 - 8t$ , si  $t = 1$  ou si  $t = 10$

c)  $4t - t^2$ , si  $t = -3$  ou si  $t = 3$

4. Évalue les expressions algébriques pour chacune des valeurs de  $m$ .

	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
a) $3m - 4$					
b) $3m + 6$					
c) $10m - 8$					
d) $5m + 9$					
e) $-m - 2$					
f) $-3m + 4$					

5. Comment pourrais-tu savoir que chaque affirmation est vraie sans avoir à effectuer la substitution?
- a) Si  $m = 10$ , alors la valeur de  $4m - 2$  doit être positive.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - b) Si  $m = 10$ , alors la valeur de  $4m - 2$  doit être paire.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - c) La valeur de  $6m - 200$  est négative pour les petites valeurs de  $m$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - d) La valeur de  $200 - 6m$  est négative pour les grandes valeurs de  $m$ .
6. Pour chaque énoncé, crée une expression algébrique comportant la variable  $p$ .
- a) La valeur de l'expression est paire lorsque  $p = 4$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - b) La valeur de l'expression est un multiple de 10 lorsque  $p = 5$ .
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  - c) La valeur de l'expression est supérieure à 100 lorsque  $p = -4$ .

## Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

### Question ouverte

La suite numérique 2, 8, 14, 20, ... peut être représentée par la suite de figures ci-dessous. Remarque que les nombres dans la suite augmentent de 6 et qu'il y a une rangée supplémentaire de 6 carrés d'une figure à l'autre.



Figure 1

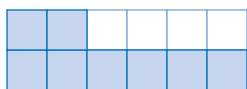


Figure 2

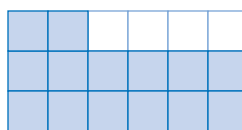


Figure 3

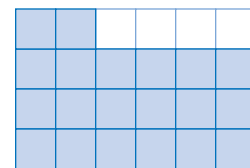


Figure 4

La relation entre le nombre de carrés gris et blancs qui composent une figure et le numéro de la figure peut être représentée par l'expression algébrique  $6f$ , où  $f$  correspond au numéro de la figure, puisque chaque figure est composée de  $f$  rangées de 6 carrés.

La relation entre le nombre de carrés gris (excluant les blancs) qui composent une figure et le numéro ( $f$ ) de la figure peut être représentée par l'expression algébrique  $6f - 4$  puisque dans chaque figure, les 4 carrés blancs ne sont pas comptés.

- Crée au moins quatre expressions algébriques qui pourraient représenter la relation entre un terme dans une suite numérique quelconque et son rang ( $n$ ) si chaque expression doit avoir une valeur de 30 pour une valeur quelconque de  $n$ .
- Indique les valeurs des quatre premiers termes de chaque suite, puis représente-les à l'aide de figures. Dans la mesure du possible, dispose les éléments qui composent chaque figure de façon à mettre la relation en évidence.
- Écris, pour chacune des suites, une équation qui t'aiderait à déterminer le rang du terme 30 dans la suite.

## Fiche de réflexion

On peut associer une expression algébrique à une règle qui définit une **relation** mathématique entre deux quantités. Prenons par exemple la suite numérique 3, 4, 5, 6, ... On constate que chaque terme de la suite est égal à 2 de plus que son **rang** (sa position) dans la suite. Par exemple, le quatrième terme est égal à 6, soit 2 de plus que son rang (4). Si l'on choisit la variable  $n$  pour représenter le rang d'un terme dans cette suite, la relation entre un terme et son rang peut être représentée par l'expression algébrique  $n + 2$ . Cette expression nous permet de déterminer la valeur de n'importe quel terme dans la suite si l'on en connaît le rang. Par exemple, le dixième terme de la suite serait 12 ( $10 + 2$ ).

La suite numérique 3, 4, 5, 6, ... peut être représentée par la suite de figures suivante.



Figure 1



Figure 2

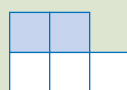


Figure 3

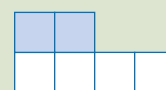


Figure 4

On constate que chaque figure est composée de 2 carrés de plus que le numéro de la figure. Si l'on choisit la variable  $f$  pour représenter le numéro d'une figure quelconque de la suite, alors la relation entre le numéro d'une figure et le nombre de carrés qui la composent peut être représentée par l'expression algébrique  $f + 2$ . Ainsi, on peut utiliser cette expression pour déterminer, par exemple, que la 15<sup>e</sup> figure sera composée de 17 carrés.

Rien ne nous dit qu'il n'existe pas d'autres expressions algébriques pour représenter la relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent, mais l'expression  $f + 2$  est certainement l'une d'elles.

Une table de valeurs peut parfois aider à mettre en évidence la relation entre un terme d'une suite numérique et son rang. Prenons par exemple la suite 5, 8, 11, 14, 17, ...

Rang	Terme
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17

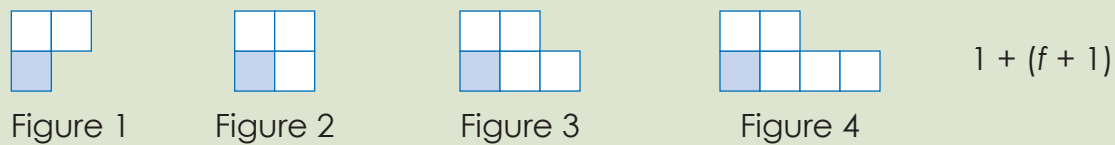
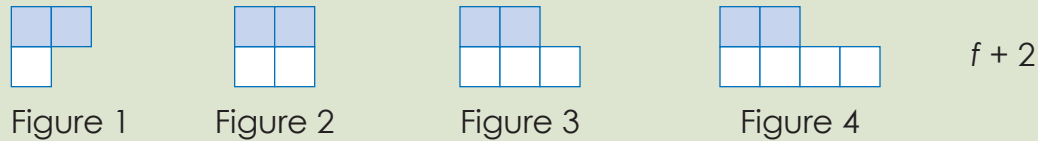
La table de valeurs peut nous aider à remarquer que si l'on multiplie le rang d'un terme par 3, puis que l'on additionne 2, on obtient le terme. De façon générale, cette relation peut être représentée par l'expression algébrique  $3n + 2$ , où  $n$  représente le rang du terme.

## Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

(Suite)

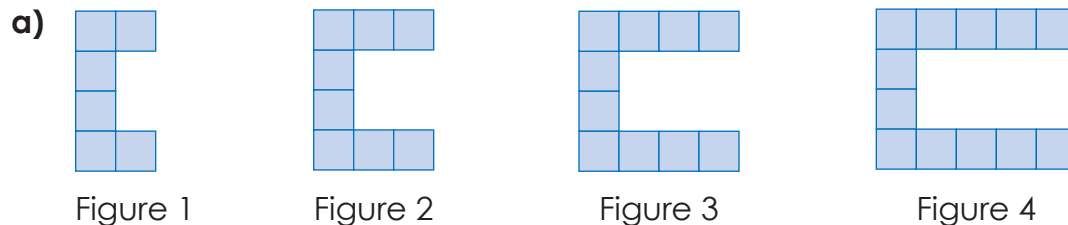
**Note :** Le fait de remarquer que les termes de la suite augmentent de 3 peut faire penser à l'expression algébrique  $3n$ , expression qui génère la suite 3, 6, 9, 12, ... Puisque chaque terme de la suite donnée est 2 de plus que les termes correspondants de la suite générée par l'expression  $3n$ , alors l'expression algébrique qui représente la relation dans la suite donnée est  $3n + 2$ .

Il arrive que l'on puisse représenter une relation à l'aide d'expressions algébriques différentes, mais équivalentes. Par exemple, ombrer la suite ci-dessous de manière différente suggère deux expressions différentes, soit  $f + 2$  et  $1 + (f + 1)$ , où  $f$  représente le numéro de la figure.



On peut utiliser une équation pour déterminer quel terme d'une suite donnée correspond à une certaine valeur. Par exemple, l'équation  $f + 2 = 30$  permet de déterminer quel est le numéro de la figure qui est composée de 30 carrés.

1. Pour chacune des suites de figures ci-dessous, crée une expression algébrique qui représente la relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure et le nombre de carrés qui la composent.





b)

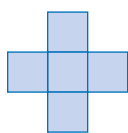


Figure 1

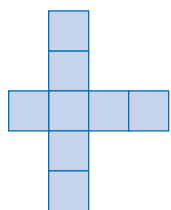


Figure 2

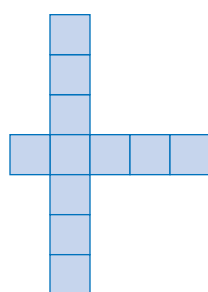


Figure 3

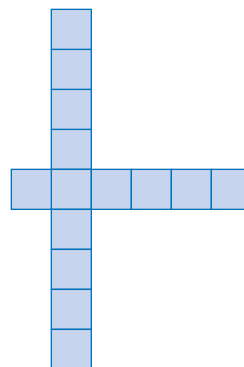


Figure 4

c)

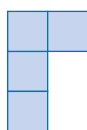


Figure 1

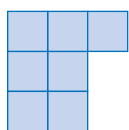


Figure 2

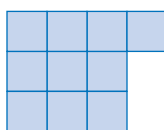


Figure 3

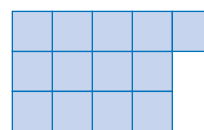


Figure 4

2. La relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure de la suite ci-dessous et le nombre de carrés qui la composent peut être représentée de façon équivalente par les expressions algébriques  $2f + 1$  et  $f + (f + 1)$ .



Figure 1

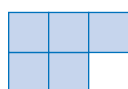


Figure 2

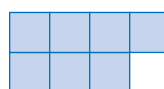


Figure 3

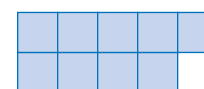


Figure 4

- a) Colorie, regroupe ou encercle une partie des carrés dans les figures de deux façons différentes afin de démontrer la validité de chacune des deux expressions données.
- b) Remplis chacune des tables de valeurs ci-dessous afin de démontrer que les deux expressions algébriques données sont équivalentes.

$f$	$2f + 1$

$f$	$f + (f + 1)$

## Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

(Suite)

- c) Crée deux expressions algébriques équivalentes pour représenter la relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure de la suite ci-dessous et le nombre de carrés qui la composent.

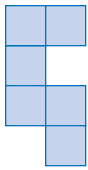


Figure 1

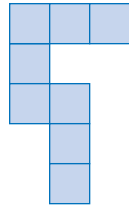


Figure 2

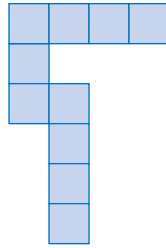


Figure 3

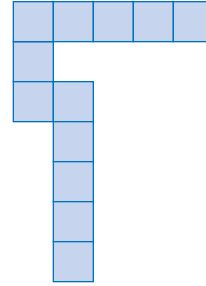


Figure 4

3. Chacune des expressions algébriques ci-dessous représente la relation entre le numéro ( $f$ ) d'une figure d'une suite et le nombre de carrés qui la composent. Dessine dans chaque cas les quatre premières figures de la suite et ombre ou regroupe certains carrés de façon à mettre la relation en évidence.

- a) Expression algébrique :  $4f + 2$

- b) Expression algébrique :  $2f - 1$

## Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

(Suite)

4. Pour chacune des suites numériques, crée une expression algébrique qui représente la relation entre un terme de la suite et son rang ( $n$ ).

a) 2, 4, 6, 8, ...

b) 4, 9, 14, 19, 24, 29, ...

c) 28, 32, 36, 40, 44, ...

d) 202, 200, 198, 196, ...

e) 61, 58, 55, 52, ...

5. En quoi les expressions algébriques qui représentent la relation entre un terme et son rang ( $n$ ) dans les suites numériques suivantes sont-elles semblables? En quoi sont-elles différentes?

Suite 1 : 6, 11, 16, 21, 26, 31, ...

Suite 2 : 200, 195, 190, 185, 180, ...

## Représentation de relations à l'aide d'expressions algébriques et d'équations

(Suite)

6. Une expression algébrique est composée du terme  $8n$  auquel on additionne un terme constant. Elle représente la relation entre un terme d'une suite numérique quelconque et son rang ( $n$ ).
- a) Crée deux suites possibles.
  
  - b) Qu'est-ce qui doit être vrai de toute suite possible?
7. Quelle équation utiliserais-tu pour déterminer le rang ( $n$ ) du terme 100 dans chacune des suites numériques suivantes?
- a) 2, 4, 6, 8, ...
  - b) 4, 7, 10, ...
  - c) 12, 16, 20, 24, ...
  - d) 121, 120, 119, 118, ...
  - e) 300, 290, 280, ...
8. a) L'équation  $3n + 8 = 35$  permet de déterminer le rang ( $n$ ) du terme 35 dans une suite numérique. Quels sont les cinq premiers termes de la suite?
- b) Vérifie si ta suite est vraiment compatible avec l'équation.
9. Crée une expression algébrique de ton choix.
- a) Détermine les premiers termes d'une suite numérique pour laquelle la relation entre un terme de la suite et son rang est représentée par ton expression.
  
  - b) Crée une équation qui peut être associée à ta suite.