RÉDUCTIONDESÉCARTS DE RENDEMENT

9e année

Module 2 : Nombres décimaux

Guide pédagogique

Module 2

Nombres décimaux

CONTENUS D'APPRENTISSAGE

Exemples de contenus d'apprentissage qui font appel aux nombres décimaux

MPM1D

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- distinguer entre la valeur exacte et la valeur approximative d'une mesure et les utiliser de façon appropriée en situation.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- évaluer, à l'aide de la calculatrice et sans celle-ci, des puissances et des expressions ayant pour exposant un entier positif.
- résoudre des problèmes portant sur des rapports, des taux, des pourcentages et des proportions tirés de situations réelles.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.
- résoudre algébriquement des équations du premier degré, y compris des équations avec coefficients fractionnaires, et en vérifier la solution.
- résoudre des problèmes pouvant être modélisés par des équations…

Relations

- interpréter des situations à l'aide d'une table de valeurs, d'une équation et d'un graphique.

Géométrie analytique

- calculer la pente d'une droite à partir de son graphique dans un plan cartésien, de son équation et de deux de ses points.
- déterminer […] l'équation d'une droite d'après certaines de ses caractéristiques.

Mesure et géométrie

- déterminer la valeur exacte et une valeur approximative de la mesure manquante d'un des côtés d'un triangle rectangle.
- déterminer le périmètre et l'aire de figures planes simples et composées…
- résoudre des problèmes d'aire et de volumes optimaux dans divers contextes…
- résoudre des problèmes portant sur l'aire et le volume de solides simples et composés…

MFM1P

Numération et algèbre

- simplifier, à l'aide ou non d'outils technologiques, des expressions numériques.
- utiliser des rapports, des pourcentages et des proportions dans différentes situations.
- examiner la vraisemblance des résultats obtenus en tenant compte du contexte et en ayant recours au calcul mental et à l'estimation.
- résoudre des problèmes portant sur des rapports, des taux, des pourcentages et des proportions tirés de situations réelles.
- résoudre des équations du premier degré dont les coefficients sont non fractionnaires.
- attribuer des valeurs numériques à des variables dans une formule et résoudre l'équation qui en résulte.
- résoudre des problèmes pouvant être modélisés par des équations…

Relations

- déterminer le taux de variation et la valeur initiale d'une relation d'après ses trois représentations.
- déterminer la valeur d'une des deux variables qui correspond à une valeur particulière de l'autre variable dans chacune des représentations.

Mesure et géométrie

- déterminer, à l'aide ou non d'outils technologiques, la mesure manquante d'un des côtés d'un triangle rectangle.
- déterminer le périmètre et l'aire de figures simples et composées.
- déterminer le volume de solides simples et composés.

ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Remettre aux élèves une copie de l'évaluation diagnostique (voir Guide de l'élève) et leur accorder suffisamment de temps pour répondre aux questions. Si des élèves ont de la difficulté à comprendre le sens d'une question, n'hésitez pas à leur expliquer.

Corriger les évaluations et planifier les interventions pédagogiques en fonction de l'analyse des résultats obtenus.

Ce guide contient du matériel d'appui relatif :
- à la multiplication de nombres décimaux;
- à la division de nombres décimaux;
- à la priorité des opérations.

Il n'est pas nécessaire d'utiliser tout ce matériel. Le tableau suivant propose une façon de choisir le matériel d'appui en fonction des difficultés observées lors de l'analyse des résultats.

Résultats	Matériel d'appui suggéré
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 1 à 3.	Utiliser la section « Multiplication de nombres décimaux ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 4 à 6.	Utiliser la section « Division de nombres décimaux ».
Les élèves éprouvent des difficultés avec les questions 7 à 9.	Utiliser la section « Priorité des opérations ».

Note : Des élèves peuvent éprouver des difficultés à multiplier et à diviser des nombres décimaux, notamment parce qu'elles et ils :
- n'évaluent pas la vraisemblance de leur réponse;
- placent mal la virgule décimale dans leur réponse;
- comprennent mal le sens et le fonctionnement des opérations de multiplication et de division;
- ne respectent pas la priorité des opérations.

Solutions

1. **a)** p. ex., 4 **b)** p. ex., 100 **c)** p. ex., 3

2. **a)** 21,0 **b)** 43,50 **c)** 0,72
d) 1,52 **e)** 0,35

3. Par exemple, 3,2 × 4,5 correspond à 32 dixièmes × 45 dixièmes, soit (32 × 45) dixièmes × dixièmes, ce qui donne des centièmes.

4. **a)** p. ex., 4 **b)** p. ex., 9 **c)** p. ex., 4

5. **a)** 16 **b)** 160 **c)** 2,44

6. Par exemple, 0,2 correspond à un dixième de 2. On peut alors conclure qu'il y a 10 fois plus de groupes de 0,2 dans 3,4 que de groupes de 2 (ou inversement, qu'il y a 10 fois moins de groupes de 2 dans 3,4 que de groupes de 0,2).

7. J'effectuerais la soustraction entre parenthèses en premier, puis la division, et enfin l'addition.

8. **a)** La deuxième.
b) Selon la priorité des opérations, on doit effectuer la multiplication avant l'addition.

9. La deuxième expression numérique a la valeur la plus grande. Par exemple, la première partie de chaque expression est identique, donc on ne la prend pas en compte. Par contre, on constate que dans la première expression, on ajoute 0,08 (0,4 ÷ 5) alors que dans la deuxième expression, on ajoute 0,6 plus une certaine quantité (le résultat de 0,4 ÷ 4,4). La deuxième expression a donc nécessairement une valeur plus grande.

Évaluation diagnostique

N'UTILISE PAS LA CALCULATRICE POUR CETTE ÉVALUATION.

1. Estime les produits suivants :

a) $2,4 \times 1,6$

b) $14,28 \times 6,9$

c) $2,345 \times 1,2$

2. Détermine les produits suivants :

a) $5 \times 4,2$

b) $6 \times 7,25$

c) $0,9 \times 0,8$

d) $1,9 \times 0,8$

e) $0,1 \times 3,5$

Évaluation diagnostique (*Suite*)

3. Sachant que $32 \times 45 = 1\,440$, explique pourquoi tu peux conclure que $3,2 \times 4,5$ est égal à 14,40.

4. Estime les quotients suivants :

a) $6,5 \div 1,6$

b) $26,88 \div 3,2$

c) $7,316 \div 1,9$

5. Détermine les quotients suivants :

a) $6,4 \div 0,4$

b) $6,4 \div 0,04$

c) $12,2 \div 5$

Évaluation diagnostique (*Suite*)

6. Comment peux-tu savoir, sans déterminer les quotients, que la valeur de $3,4 \div 2$ correspond à un dixième de la valeur de $3,4 \div 0,2$?

7. Dans quel ordre effectuerais-tu les opérations pour déterminer la valeur de l'expression numérique suivante?

$4,2 + (8,5 - 4,2) \div 0,6$

8. a) Encercle l'égalité vraie.

$1,5 + 4,5 \times 2,5 = 15$ ou $1,5 + 4,5 \times 2,5 = 12,75$

b) Explique ta réponse.

9. Encercle l'expression numérique dont la valeur est la plus grande. Explique ton raisonnement.

$6,4 \times 1,5 + 0,4 \div (4,4 + 0,6)$ ou $6,4 \times 1,5 + (0,4 \div 4,4) + 0,6$

MATÉRIEL D'APPUI

L'objectif du matériel d'appui est d'aider les élèves à développer les habiletés de base pour traiter des expressions numériques et des mesures qui font appel aux nombres décimaux.

Chaque section du matériel d'appui comprend deux approches : l'approche par question ouverte (tâche unique) et l'approche par fiche de réflexion (tâches multiples). Les deux portent sur les mêmes contenus d'apprentissage; elles représentent des façons différentes d'interagir avec les élèves et de les mobiliser. Vous pouvez choisir une seule approche ou alterner entre les deux, dans l'ordre de votre choix.

Des interventions vous sont proposées pour faciliter l'apprentissage avant, pendant et après l'utilisation de l'approche de votre choix. Elles sont présentées en trois parties comme suit :

- Questions à poser avant de présenter la question ouverte ou la fiche de réflexion;
- Utilisation de la question ouverte ou de la fiche de réflexion;
- Consolidation et objectivation.

Multiplication de nombres décimaux

Question ouverte

Matériel
- calculatrices

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Un produit coûte 34,29 $ et l'autre 53,72 $. Que feriez-vous pour estimer le coût total?* (Je calculerais 30 $ + 50 $, ce qui me donne 80 $.)
◊ *Le coût total exact est-il inférieur ou supérieur à ce montant estimé? De combien environ?* (Par exemple, le coût total exact est supérieur d'environ 8 $ puisque 34,29 est presque égal à 34, soit 4 de plus que 30, et que 53,72 est presque égal à 54, soit 4 de plus que 50.)
◊ *Vous voulez acheter deux des produits à 34,29 $. Environ quel montant devez-vous débourser?* (Par exemple, je dois débourser environ 70 $.) *Comment feriez-vous pour déterminer le coût exact sans utiliser une calculatrice?* (Par exemple, je multiplierais 34 par 2 pour avoir les dollars, et 29 par 2 pour avoir les cents.)
◊ *Le prix au kilo d'un produit est 34,29 $. Combien coûterait 0,1 kg de ce produit? Comment le savez-vous?* (Par exemple, 0,1 kg coûterait 3,43 $ puisque cela représente un dixième du coût pour 1 kg.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves proposent cinq combinaisons possibles.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- estimer des produits et des sommes de nombres décimaux;
- déterminer des produits de nombres décimaux;
- utiliser une réponse à une question pour répondre à une autre question.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Comment avez-vous trouvé la première combinaison de quantités à acheter?* (Par exemple, je me suis dit que le saumon vaut environ 16 $ le kg, et je sais que 4 × 16 $ = 64 $. Ainsi, je pouvais ajouter environ 35 $, soit le coût pour environ 2 kg de poulet.)
◊ *Si l'on vous dit que 4 kg de saumon et 2 kg de poulet coûtent 91,70 $, comment en déduisez-vous que l'on pourrait aussi acheter 4,1 kg de saumon et 2 kg de poulet?* (Par exemple, puisque 0,1 kg de saumon fait seulement augmenter le coût de 1,58 $.)
◊ *Comment le fait de savoir que le saumon et le poulet coûtent sensiblement la même chose peut-il vous aider à trouver une autre combinaison de quantités une fois que vous en avez une?* (Par exemple, il me suffirait alors d'échanger les noms des produits pour obtenir une autre combinaison.)
◊ *Comment le fait de comparer les coûts du saumon et du bifteck haché peut-il vous aider à trouver une autre combinaison de quantités une fois que vous en avez une?* (Par exemple, il me suffirait alors de doubler les quantités de saumon, et de remplacer le saumon par le bifteck haché.)

Solutions

Exemples :
- 3,0 kg de saumon et 4,2 kg de bifteck haché → Prix total : 84,38 $
- 3,1 kg de saumon et 4 kg de bifteck haché → Prix total : 84,20 $
- 3,2 kg de saumon et 4,1 kg de bifteck haché → Prix total : 86,66 $
- 5,0 kg de saumon et 1,2 kg de poulet → Prix total : 96,05 $
- 4,9 kg de saumon et 1,1 kg de poulet → Prix total : 93,04 $

Fiche de réflexion

Matériel
- papier quadrillé
- cartes vierges
- calculatrices

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Pourquoi pourriez-vous dessiner un rectangle pour représenter l'opération 5 × 8?* (Par exemple, 5 × 8 correspond à l'aire d'un rectangle dont la base mesure 8 unités et la hauteur mesure 5 unités.)
◊ *Que dessineriez-vous pour illustrer 5,5 × 8?* (Par exemple, un rectangle dont la base mesure 8 unités et la hauteur mesure 5,5 unités.)
◊ *Pourquoi peut-on affirmer que 5,5 × 8 correspond à un dixième de 55 × 8?* (Par exemple, puisque 5,5 vaut 55 dixièmes, le produit revient donc à 55 × 8 dixièmes, au lieu de 55 × 8 unités.)
◊ *Comment savez-vous que 40 + 4 représente la mesure de l'aire?* (Par exemple, car 5 × 8 donne 40 et 0,5 × 8 correspond à la moitié de 8, soit 4.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Dites-leur de recopier le rectangle afin de bien voir les 100 carrés. Incitez-les à utiliser le papier quadrillé pour représenter certains produits.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- estimer des produits de nombres décimaux;
- déterminer des produits de nombres décimaux;
- utiliser une réponse à une question pour répondre à une autre question.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Comment expliqueriez-vous à quelqu'un pourquoi le produit de 1,4 et 2,3 est composé des mêmes chiffres que le produit de 14 et 23?* (Par exemple, si l'on représentait l'opération 1,4 × 2,3 à l'aide d'un rectangle, on verrait 14 rangées de 23 carrés, ce qui correspond à 14 × 23 centièmes.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que 8 × 2,3 donne un nombre entre 16 et 20?* (Par exemple, je sais que 8 × 2 donne 16 et que 8 × 2,5 donne 20, alors 8 × 2,3 doit donner entre 16 et 20.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que 0,8 × 2,3 donne un nombre inférieur à 2?* (Par exemple, l'opération ne représente même pas un groupe de 2,3). *Comment pouvez-vous savoir que la réponse s'exprime en centièmes?* (Par exemple, car un dixième de 2,3 correspond à 0,23, et que 8 groupes de centièmes donnent des centièmes.)
◊ *Comment pouvez-vous savoir que le résultat de 80,5 × 4,62 s'exprime en millièmes?* (Par exemple, car 80,5 correspond à un dixième de 805. Ainsi, la valeur de 80,5 × 4,62 correspond à un dixième de la valeur de 805 × 4,62. Or, le produit de 805 et d'un nombre s'exprimant en centièmes donne des centièmes. Ainsi, nous obtenons des dixièmes de centièmes, donc des millièmes.)

Solutions

1. **a)** 32,2 **b)** 32,2 **c)** 3,22 **d)** 0,322

2. Question 1c) Par exemple, puisque 1,4 correspond à un dixième de 14 et que 2,3 correspond à un dixième de 23, le produit est donc un centième de 322.

Question 1d) Par exemple, le produit est aussi composé des chiffres 322 et correspond à un peu plus de un dixième de 2,3, c'est-à-dire à un peu plus de 0,23. La réponse est donc 0,322.

3. **a)** 2 **b)** 3
   c) 1 **d)** 3

4. **a)** 28,12 $
   b) Je diviserais le premier prix par 10.

5. 41,4 cm^2

6. 151,2 cm

7. 131,25 km

8. Par exemple, le produit est moins que deux fois 4,3. La réponse 77,4 est donc trop élevée. Il a probablement mal placé la virgule décimale.

9. **a)** p. ex., 4,52 × 80,6
   b) p. ex., 50,8 × 4,26
   c) p. ex., 50,8 × 42,6

10. Oui puisque si, par exemple, chaque nombre a deux décimales, on multiplie des centièmes avec des centièmes, ce qui donne des dix millièmes, donc un nombre à quatre décimales. Si l'on multiplie des centièmes et des dixièmes, on obtient des millièmes, donc un nombre à trois décimales.

Question ouverte

Multiplication de nombres décimaux

Question ouverte

- Sélectionne deux des produits ci-dessus.
- Énumère cinq combinaisons possibles de quantités que tu peux acheter de ces deux produits tout en tenant compte des deux restrictions suivantes :
  – le poids, en kg, de chaque produit doit s'écrire sous la forme _,_ kg ou _ _,_ kg;
  – le coût total de l'achat doit se situer entre 50 $ et 100 $.
- Détermine le coût total de chacune des combinaisons et explique pourquoi chaque réponse est vraisemblable.

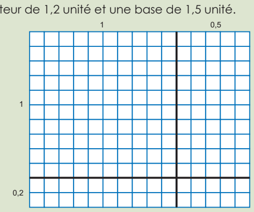
6 février 2011 © Marian Small, 2011 Nombres décimaux (9e année)

Multiplication de nombres décimaux (*Suite*)

Fiche de réflexion

- La multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier correspond à l'addition répétée du nombre décimal. Par exemple, 4 × 1,3 = 1,3 + 1,3 + 1,3 + 1,3 puisque 4 × un nombre représente quatre groupes de ce nombre.

  Il est parfois possible de multiplier un nombre décimal par un autre nombre décimal de la même façon. Par exemple, on peut penser à 1,5 × 4,2 comme étant 1,5 groupe de 4,2, ce qui revient à 4,2 + la moitié de 4,2. Puisque la moitié de 4,2 est 2,1, on obtient alors 4,2 + 2,1 = 6,3.
- Cependant, il est plus facile d'utiliser l'aire pour représenter les multiplications de nombres décimaux. Par exemple, 1,5 × 1,2 équivaut à l'aire d'un rectangle ayant une hauteur de 1,2 unité et une base de 1,5 unité.

  Dans le quadrillé ci-dessus, le carré formé par les droites horizontale et verticale foncées représente un tout. Chaque petit carré du quadrillé correspond alors à 0,01 (1 centième) du tout puisque ce dernier est formé de 100 petits carrés.

  Le rectangle est formé de 12 rangées de 15 carrés, ce qui représente 180 carrés ou 180 groupes de 0,01.

  180 × 0,01 = 1,80 puisque 1,80 correspond à 180 centièmes.

  Multiplier 1,5 par 1,2 revient à multiplier 15 par 12 tout en sachant que les unités sont des centièmes ou à estimer que la réponse s'approche de 2 × 1 = 2.
- Puisque 0,12 correspond à un dixième de 1,2, on peut déterminer la valeur de l'expression 1,5 × 0,12 en reconnaissant qu'elle est équivalente à un dixième de la valeur de l'expression 1,5 × 1,2.

  Puisque 1,5 × 1,2 = 1,80, on en déduit que 1,5 × 0,12 = 0,180.
- Si l'on sait comment multiplier des fractions entre elles, on peut également ramener 1,25 × 1,4 à $\frac{125}{100} \times \frac{14}{10}$, ce qui correspond à (125 × 14) millièmes.

Nombres décimaux (9e année) © Marian Small, 2011 février 2011 7

Multiplication de nombres décimaux (*Suite*)

1. En utilisant le fait que 14 × 23 = 322, détermine les produits suivants sans l'aide d'une calculatrice.

a) 14 × 2,3 **b)** 1,4 × 23

c) 1,4 × 2,3 **d)** 0,14 × 2,3

2. Explique tes réponses aux questions 1c) et 1d) à l'aide d'estimations.

3. Indique, sans l'aide d'une calculatrice, le nombre de décimales qu'il y a dans chacun des produits suivants :

a) 4,3 × 1,4 **b)** 2,75 × 1,4

b) 8 × 2,3 **d)** 0,8 × 0,23

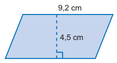
4. a) Si le bifteck de surlonge coûte 13,39 $ le kilogramme, combien doit-on payer pour acheter 2,1 kg?

b) Comment peux-tu déterminer le coût de 0,21 kg de bifteck de surlonge sans l'aide d'une calculatrice?

8 février 2011 © Marian Small, 2011 Nombres décimaux (9e année)

Multiplication de nombres décimaux (*Suite*)

5. Quelle est l'aire du parallélogramme?



6. Shira est 1,12 fois plus grande que sa sœur Lyla. Si Lyla mesure 135 cm, quelle est la taille de Shira?

7. Une voiture roule à une vitesse moyenne de 62,5 km/h. Si elle roule pendant 2,1 heures, quelle distance parcourra-t-elle?

8. À l'aide de sa calculatrice, Kevin détermine que 4,3 × 1,8 = 77,4. Explique pourquoi cette réponse est invraisemblable.

Multiplication de nombres décimaux (*Suite*)

9. Recopie chacun des chiffres et des signes suivants sur des cartes séparées.

4	2	6	8	0	5

×	,	,

Essaie de résoudre chacune des situations suivantes sans avoir recours à la calculatrice.

a) Dispose toutes les cartes de façon à créer un produit ayant trois décimales.

b) Dispose toutes les cartes de façon à créer un produit ayant une valeur approximative de 200.

c) Dispose toutes les cartes de façon à créer un produit ayant une valeur approximative de 2 000?

10. Renée affirme que si l'on multiplie deux nombres comportant des décimales, le nombre de décimales du produit obtenu correspond à la somme du nombre de décimales de chacun des deux nombres multipliés. Indique si tu es d'accord avec elle et justifie ta réponse.

Division de nombres décimaux

Question ouverte

Matériel
- calculatrices

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Vous avez parcouru une distance de 10,2 m et chacun de vos pas mesure 0,9 m. Comment pouvez-vous déterminer le nombre de pas effectués?* (Par exemple, à l'aide d'une droite numérique.) *À quoi ressemblerait-elle?* (Par exemple, j'utiliserais une droite numérique allant de 0 à 10,2 avec des intervalles de 0,9, et je compterais les intervalles.)
◊ *Au lieu d'utiliser une droite numérique, quelle opération mathématique auriez-vous pu utiliser?* (Par exemple, j'aurais pu multiplier le nombre de pas par 0,9.) *Mais vous ne connaissiez pas le nombre de pas au début de l'exercice. Qu'auriez-vous pu faire avec les nombres 10,2 et 0,9?* (J'aurais pu les diviser.)
◊ *Pourquoi était-il vraisemblable que la réponse soit supérieure à 10,2?* (Par exemple, si les pas avaient mesuré 1 m, il aurait fallu 10,2 pas pour parcourir la distance de 10,2 m. Les pas étant plus courts, il en faut nécessairement plus.)
◊ *Pourquoi les opérations 10,2 ÷ 0,9 et 102 ÷ 9 ont-elles le même résultat?* (Par exemple, puisque la première opération correspond à 102 dixièmes ÷ 9 dixièmes, on cherche à déterminer combien il y a de groupes de 9 dans 102.)

Utilisation de la question ouverte

Assurez-vous que les élèves proposent trois combinaisons possibles en ce qui a trait au volume de soupe dans le récipient et au volume d'une portion individuelle de soupe.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- estimer des quotients de nombres décimaux;
- reconnaître une situation qui fait appel à la division de nombres décimaux;
- utiliser une réponse à une question pour répondre à une autre question.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Pourquoi votre première réponse est-elle vraisemblable?* (Par exemple, j'ai utilisé un récipient de18,1 l et des portions de 0,22 l et j'ai obtenu comme réponse 82,3 portions. Puisque 0,22 est proche de un quart de litre et que 18,1 est proche de 18 l, je fais 4 × 18 = 72, ce qui est proche de ma réponse. Ma réponse est donc vraisemblable.)
◊ *Si vous aviez choisi 18,1 l et 0,25 l, votre réponse aurait-elle été plus élevée ou moins élevée? Pourquoi?* (Par exemple, moins élevée; la portion individuelle étant plus grande, le récipient contiendra moins de portions.)
◊ *Est-il possible d'évaluer 18,1 ÷ 0,25 sans prendre en compte les décimales, et en écrivant simplement 181 ÷ 25?* (Non car, par exemple, cela donne environ 7 ou 8, ce qui n'est pas assez.) *Où se situe l'erreur?* (On aurait dû écrire 1810 ÷ 25 puisque nous cherchons à diviser des centièmes par des centièmes.)

Solutions

Exemple

Premier choix : Le récipient contient 18,0 l et la portion individuelle est de 0,25 l.

Le récipient peut contenir 72 portions.

Il y a quatre groupes de 0,25 l dans 1 l, j'ai donc multiplié 4 par18.

Deuxième choix : Le récipient contient 18,2 l et la portion individuelle est de 0,35 l.

Le récipient peut contenir 52 portions.

J'ai divisé 18,2 par 0,35 à l'aide de ma calculatrice. La réponse était 52. Cette réponse est vraisemblable puisque 50 × 0,35 est équivalent à la moitié de 100 × 0,35. Or, 100 × 0,35 = 35, et la moitié de 35 est 17,5. Si l'on ajoute 2 × 0,35, on ajoute 0,7 et on obtient 18,2.

Troisième choix : Le récipient contient 18,5 l et la portion individuelle est de 0,33 l.

Le récipient peut contenir 56 portions avec un petit reste.

J'ai divisé 18,5 par 0,33 à l'aide de ma calculatrice. Cette réponse est vraisemblable puisque le récipient contient environ une portion de soupe de plus que dans le second choix. Les portions étant plus petites que les 52 portions du second choix, il est vraisemblable d'avoir 56 portions.

Fiche de réflexion

Matériel
- calculatrices
- grilles de centimètres

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

Montrez aux élèves une grille de centièmes.

◊ *Combien de groupes de 2 centièmes y a-t-il dans 32 centièmes?* (16)

◊ *Pourquoi l'opération 0,32 ÷ 0,02 représente-t-elle ce que vous avez fait?* (Par exemple, lorsque l'on cherche à déterminer le nombre de groupes quelconques dans un tout, on fait une division.)

◊ *Montrez aux élèves quatre grilles de centièmes. Combien de groupes de 2 dixièmes y a-t-il dans 32 dixièmes?* (16)

◊ *Pourquoi l'opération 3,2 ÷ 0,2 représente-t-elle ce que vous avez fait?* (Par exemple, parce que l'opération représente 32 dixièmes divisés en groupes de 2 dixièmes.)

◊ *Pourquoi cela revient-il à effectuer l'opération 32 ÷ 2?* (Par exemple, parce que l'opération représente 32 colonnes divisées en groupes de 2 colonnes.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et, s'il y a lieu, répondez à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils peuvent :
- estimer des quotients décimaux;
- reconnaître une situation qui fait appel à la division de nombres décimaux;
- utiliser une réponse à une question pour répondre à une autre question.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :

◊ *Comment expliqueriez-vous à quelqu'un que les opérations 71,4 ÷ 1,4 et 7,14 ÷ 0,14 donnent le même résultat?* (Par exemple, dans les deux cas, on cherche à déterminer le nombre de groupes de 14 unités dans un tout de 714 unités. Dans le premier cas, les unités sont des dixièmes et dans le deuxième cas, ce sont des centièmes.)

◊ *Comment pouviez-vous savoir que l'opération 22,25 ÷ 2,5 donne un résultat légèrement inférieur à 10?* (Par exemple, 10 × 2,5 = 25, ce qui n'est que légèrement supérieur à 22,25.)

◊ *Comment pouviez-vous savoir que l'opération 128,52 ÷ 1,8 donne environ 65?* (Par exemple, cette opération équivaut environ à diviser 130 par 2.)

◊ *Dans quel cas la division d'un nombre à une décimale par un nombre à une décimale donne-t-elle un nombre naturel?* (Par exemple, uniquement si le nombre de dixièmes correspondant au diviseur est un facteur du nombre de dixièmes correspondant au dividende.)

◊ *Si quelqu'un vous demandait de lui donner spontanément une opération de division ayant la même réponse que 57,3 ÷ 3,4, laquelle lui donneriez-vous?* (p. ex., 573 ÷ 34)

Solutions

1. **a)** 51 **b)** 51
c) 510 **d)** 5,1

2. Question 1c) Par exemple, puisque 0,14 représente des centièmes, j'ai écrit 71,4 sous forme de centièmes, soit 7 140. Puis j'ai divisé 7 140 par 14, ce qui correspond à 10 fois plus que 714 ÷ 14.

Question 1d) Par exemple, puisque 7,14 représente des centièmes, j'ai réécrit 1,4 sous la forme 1,40, ce qui équivaut à 140 centièmes. J'ai divisé 714 par 140, ce qui correspond à un dixième de la valeur de 714 ÷ 14.

3. **a)** p. ex., environ 10 **b)** p. ex., environ 3
c) p. ex., environ 5 **d)** p. ex., environ 9,5

4. 12,85 $

5. 2,75 cm

6. 71,4 km/h

7. **a)** Oui, par exemple, 0,4 ÷ 0,2 = 2.
b) Oui, par exemple, 0,5 ÷ 0,2 = 2,5.
c) Oui, par exemple, 0,5 ÷ 0,4 = 1,25.

8. Par exemple, elle est invraisemblable parce que la division à effectuer correspond presque à diviser 48 par 3, ce qui donnerait 16. La réponse 15,65 serait donc plus vraisemblable.

9. **a)** 36, puisqu'en divisant par le plus grand dixième possible (0,9), on obtient le plus petit quotient possible (32,4 ÷ 0,9 = 36).
b) 324, puisqu'en divisant par le plus petit dixième possible (0,1), on obtient le plus grand quotient possible (32,4 ÷ 0,1 = 324).

10. La première division donne 13,6, ce qui correspond à une valeur exacte. La deuxième division donne une valeur approximative de 11,33 puisque l'on obtient un nombre décimal périodique (11,333…).

11. Par exemple, je ne suis pas d'accord. On pourrait diviser 4,24 par 0,2 en déterminant d'abord qu'il y a 5 groupes de 0,2 dans 1. Le produit de 5 par 4,24 correspondrait alors au quotient recherché.

Question ouverte

Division de nombres décimaux

Question ouverte

Un très gros récipient peut contenir 17,98 l de soupe.

- Imagine un récipient qui peut en contenir un petit peu plus. Indique quel pourrait être le volume de soupe dans ce récipient, étant donné que le volume doit être écrit sous la forme __ __,__ l.
- Le volume d'une portion individuelle de soupe se situe entre 0,2 l et 0,4 l. Indique quel pourrait être ce volume, étant donné qu'il doit être écrit sous la forme 0,__ __ l.
- Combien de portions individuelles de soupe (ou fraction de portion) le plus grand récipient peut-il contenir?
- Explique pourquoi ta réponse est vraisemblable.
- Répète l'exercice en utilisant deux autres récipients et deux autres portions individuelles de soupe. Le volume de soupe dans chaque récipient doit être écrit sous la forme __ __,__ l, et le volume des portions individuelles doit être écrit sous la forme 0,__ __ l.

Fiche de réflexion

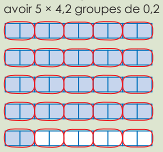
Division de nombres décimaux (*Suite*)

Fiche de réflexion

- Si l'on divise 4 dizaines par 2 dizaines (40 ÷ 20), on obtient la même réponse que si l'on divise 4 par 2. Ceci s'explique du fait que lorsque l'on divise des nombres qui ont les mêmes unités, il n'est pas nécessaire de tenir compte de ces unités. En effet, il y a le même nombre de 2 unités dans 4 unités que de 2 dizaines dans 4 dizaines ou que de 2 centaines dans 4 centaines.

  Ainsi, 4,2 ÷ 0,2 peut se lire 42 dixièmes ÷ 2 dixièmes, ce qui revient à 42 ÷ 2 = 21.

- On peut concevoir l'opération 4,2 ÷ 0,2 d'une autre façon. Puisque 0,2 est équivalent à $\frac{1}{5}$, et qu'un tout est composé de 5 groupes de $\frac{1}{5}$, alors il doit y avoir 5 × 4,2 groupes de 0,2 dans 4,2, et 5 × 4,2 = 21,0.

  L'opération peut-être représentée comme suit :

  $0{,}2\overline{)4{,}2} = 0{,}2\overline{)4{,}2} = 2\overline{)42}$

- On peut aussi dire que 0,42 ÷ 0,02 correspond à 42 centièmes ÷ 2 centièmes, ce qui revient aussi à 42 ÷ 2 = 21.

- On doit parfois diviser des nombres ayant des unités différentes, c'est-à-dire des nombres n'ayant pas le même nombre de décimales.

  Par exemple, 12,4 ÷ 0,02 correspond à 124 dixièmes ÷ 2 centièmes.

  Mais puisque124 dixièmes = 1 240 centièmes, on peut conclure que 12,4 ÷ 0,02 correspond à 1 240 centièmes ÷ 2 centièmes, ce qui revient à 1 240 ÷ 2 = 620.

  Il est possible de vérifier ce résultat en notant qu'il y a 50 groupes de 0,02 dans un tout, ce qui signifie qu'il y a 12,4 × 50 (620) groupes de 0,02 dans 12,4.

  $0{,}02\overline{)12{,}4} = 0{,}02\overline{)12{,}40} = 2\overline{)1\,240}$

Division de nombres décimaux (*Suite*)

- Le quotient peut parfois être un nombre décimal et non un nombre entier.

  Par exemple, 5,3 ÷ 0,25 correspond à 530 centièmes ÷ 25 centièmes, ce qui revient à 530 ÷ 25.

  Afin de diviser 530 par 25, on peut d'abord décomposer 530 en parties divisibles par 25 comme suit :

  530 = 500 + 25 + 5 ou 530 = 500 + 25 + 50 dixièmes.

  Ainsi,

  $$25\overline{)530} = 25\overline{)500 + 25 + 5} = 25\overline{)500 + 25 + 50 \textit{ dixièmes}}^{\;20\,+\;1\,+\;2\text{ dixièmes} = 21{,}2}$$

  Il est à noter que la dernière partie de la décomposition du nombre à diviser peut être exprimée en termes de dixièmes, de centièmes ou de millièmes.

1. En utilisant le fait que 714 ÷ 14 = 51, détermine les quotients suivants :

a) 71,4 ÷ 1,4 **b)** 7,14 ÷ 0,14

c) 71,4 ÷ 0,14 **d)** 7,14 ÷ 1,4

2. Explique pourquoi tes réponses aux questions 1c) et 1d) sont vraisemblables.

3. Estime les quotients suivants :

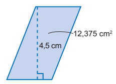
a) 22,25 ÷ 2,5 **b)** 6,65 ÷ 1,75

c) 14,065 ÷ 2,9 **d)** 18,72 ÷ 2,4

Division de nombres décimaux (*Suite*)

4. Combien coûte 1 kg de viande si 1,6 kg coûte 20,56 $?

5. Quelle est la mesure de la base de ce parallélogramme?



6. Une voiture a parcouru 128,52 km en 1,8 heure. Quelle était sa vitesse moyenne?

7. Les énoncés suivants peuvent-ils décrire le résultat d'une division de dixièmes par des dixièmes? Justifie tes réponses.

a) Le quotient peut être un nombre entier.

b) Le quotient peut contenir une décimale.

c) Le quotient peut contenir deux décimales.

8. À l'aide de sa calculatrice, Kevin détermine que 48,515 ÷ 3,1 = 156,5. Explique pourquoi cette réponse est invraisemblable.

Division de nombres décimaux (*Suite*)

9. Remplace le tiret par un chiffre dans la division suivante : 32,4 ÷ 0,___.

a) Quel est alors le plus petit quotient possible? Comment le sais-tu?

b) Quel est le plus grand quotient possible? Comment le sais-tu?

10. Pour laquelle des divisions suivantes le quotient a-t-il une valeur exacte? Justifie ta réponse.

3,4 ÷ 0,25 ou 3,4 ÷ 0,3

11. Renée affirme qu'il est possible de diviser des nombres décimaux seulement s'ils ont le même nombre de décimales. Indique si tu es d'accord avec elle et justifie ta réponse.

Priorité des opérations

Question ouverte

Matériel
- cartes vierges
- calculatrices

Questions à poser avant de présenter la question ouverte

◊ *Si vous additionnez 4 et 8 et que vous multipliez la réponse par 3, quel sera le résultat?* (36)
◊ *Pourquoi l'expression numérique (4 + 8 × 3) ne représente-t-elle pas cette situation?* (Par exemple, c'est différent parce que, dans ce cas, il faut multiplier 8 par 3 avant d'additionner 4 au produit, ce qui donne un résultat différent de 36.)
◊ *Que savez-vous par rapport à la priorité des opérations avec des nombres naturels?* (Par exemple, je sais que je dois effectuer les opérations entre parenthèses d'abord, puis effectuer les multiplications et les divisions, et enfin effectuer les additions et les soustractions.)

Utilisation de la question ouverte

Incitez les élèves à utiliser différentes opérations dans les quatre expressions numériques à créer.

Vous pouvez leur suggérer d'inscrire les nombres choisis sur des cartes vierges, de même que des parenthèses et des symboles d'opération. En déplaçant les cartes, il leur sera alors plus facile de résoudre le problème.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres décimaux;
- respectent la priorité des opérations;
- peuvent reconnaître les situations qui ne font pas appel à la priorité des opérations;
- font preuve de flexibilité lors de la création des expressions numériques.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Quelle stratégie avez-vous utilisée pour choisir les opérations et faire en sorte que la valeur des expressions s'approche de 1,5?* (Par exemple, puisque j'avais choisi le nombre 1,5, et que 3 – 1,5 = 1,5, alors j'ai cherché à arriver le plus près possible de 3 à partir des trois autres nombres choisis.)
◊ *Était-il nécessaire de faire appel à la priorité des opérations dans tous les cas?* (Non puisque, par exemple, pour le second cas, je n'ai utilisé que des additions et des soustractions; il suffit donc de les effectuer dans l'ordre de gauche à droite.)
◊ *Est-il facile de trouver une autre réponse une fois que l'on en a trouvé une?* (Oui car, par exemple, il suffirait de changer légèrement une ou plusieurs des valeurs dans l'expression. Par exemple, à la place de 4,2 ÷ 2,1 × 1,6 – 1,5, on pourrait utiliser 4,2 ÷ 2,0 × 1,4 – 1,5, et sa valeur demeurerait proche de 1,5.)

Solutions

Exemples :
- 4,2 ÷ 2,1 × 1,6 – 1,5 = 1,7
- 9,63 – 8,1 + 5,0 − 5,1 = 1,43
- 9,75 ÷ 3,25 − 8,4 ÷ 4,2 = 1
- (6,7 + 7,3) ÷ (7,55 + 2,45) = 1,4

Fiche de réflexion

Matériel
- jetons bicolores
- droites numériques vierges

Questions à poser avant de présenter la fiche de réflexion

◊ *Si vous additionnez 4 et 8 et que vous multipliez la réponse par 3, quel sera le résultat?* (36)
◊ *Pourquoi serait-il incorrect de représenter ce problème par l'expression 4 + 8 × 3?* (Par exemple, parce que cette expression implique de multiplier 8 par 3 d'abord, puis d'y ajouter 4, ce qui donne un résultat différent de 36.)
◊ *Que savez-vous par rapport à la priorité des opérations avec des nombres naturels?* (Par exemple, je sais que je dois effectuer les opérations entre parenthèses d'abord, puis effectuer les multiplications et les divisions, et enfin effectuer les additions et les soustractions.)

Utilisation de la fiche de réflexion

Lisez l'encadré avec les élèves et répondez, s'il y a lieu, à leurs questions.

Demandez-leur de répondre aux questions qui suivent l'encadré.

En observant ou en écoutant les élèves, notez si elles et ils :
- peuvent additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres décimaux;
- respectent la priorité des opérations;
- peuvent reconnaître les situations qui ne font pas appel à la priorité des opérations;
- font preuve de flexibilité lors de la création d'expressions numériques qui correspondent à une valeur donnée.

Consolidation et objectivation

Exemples de questions à poser :
◊ *Était-il nécessaire de faire appel à la priorité des opérations pour toutes les expressions données à la question 2?* (Oui puisque, par exemple, il fallait utiliser le fait que les parenthèses, puis les multiplications et les divisions sont prioritaires.)
◊ *Comment avez-vous résolu la question 5?* (Par exemple, j'ai réalisé que la dernière opération consistait à soustraire le résultat de 2,5 ÷ 5, soit 0,5. J'ai donc essayé d'obtenir un résultat de 4 avec les autres nombres. J'ai réalisé qu'en multipliant 2 par 2, cela marchait, donc j'ai mis 0,3 et 1,7 entre parenthèses.)
◊ *Comment avez-vous procédé pour créer l'expression numérique à la question 6?* (Par exemple, j'ai fait en sorte que l'addition vienne en dernier et que les autres opérations soient des multiplications et des divisions.)
◊ *Si vous connaissez la priorité des opérations pour les nombres naturels, vous faut-il connaître autre chose pour la priorité des opérations avec des nombres décimaux?* (Non, la priorité des opérations est la même pour tous les ensembles de nombres.)

Solutions

1. **a)** 3,6 ÷ 0,9 **b)** 3,6 ÷ 0,9
c) 4,2 + 3,6 **d)** 3,6 ÷ 0,9

2. **a)** 15,6 **b)** 5,95
c) 22,65 **d)** 3,6
e) 14,94 **f)** 6,73

3. Par exemple, parce que l'ordre dans lequel on fait les opérations dans chacune des expressions est différent en raison de la priorité des opérations. À titre d'exemple, dans la première expression, on fait la soustraction en premier alors qu'on la fait en dernier dans la deuxième.

4. Par exemple, si l'on effectue dans l'ordre 0 × 3 ÷ 1,5 + 2,5, on obtient 2,5. Par contre, si l'on effectue dans l'ordre 0 + 2,5 × 3 ÷ 1,5, on obtient 5.

5. p. ex., (0,3 + 1,7) × 2 – 2,5 ÷ 5

6. **a)** p. ex., 4,3 × 3,1 ÷ 0,1 + 2,3
   b) Les opérations sont placées de gauche à droite de façon à respecter la priorité des opérations.

7. **a)** p. ex., (2,6 + 0,4) × 3 ÷ (1,3 + 0,7)
   b) Je devais savoir qu'il fallait commencer par les opérations entre parenthèses.

Question ouverte

Priorité des opérations

Question ouverte

- Dans chacune des cases ci-dessus, inscris un nombre qui est écrit sous la forme __,__ ou __,__ __ et qui est compris entre 1 et 10.
- Relie les nombres dans les cases à l'aide d'opérations de façon que la valeur de l'expression numérique ainsi créée se rapproche le plus possible de 1,5. Tu dois respecter la priorité des opérations et tu peux, au besoin, utiliser des parenthèses.
- Répète l'exercice trois fois, en choisissant chaque fois des valeurs décimales et des opérations différentes.

Fiche de réflexion

Priorité des opérations (*Suite*)

Fiche de réflexion

Lorsqu'une expression numérique contient différentes opérations, elle peut être interprétée de diverses manières. Prenons par exemple l'expression $3{,}2 - 1{,}5 \times 2$.

Si l'on soustrait d'abord 1,5 de 3,2, et que l'on multiplie le résultat (1,7) par 2, la réponse est 3,4. Toutefois, si l'on commence par multiplier 1,5 par 2 et que l'on soustrait ensuite le résultat (3) de 3,2, la réponse est 0,2.

Afin d'uniformiser l'interprétation d'une expression numérique, la convention suivante, appelée la priorité des opérations, a été établie.

Étape 1 : Parenthèses ou crochets

Si des opérations sont entre parenthèses ou entre crochets, on effectue celles-ci en priorité. Par exemple, pour évaluer l'expression $1{,}5 \times (3 - 2{,}1)$, on commence par effectuer la soustraction entre les parenthèses. S'il y a des parenthèses à l'intérieur de crochets comme dans l'expression $2 \times [3{,}4 + (6{,}3 \div 3)]$, on effectue d'abord les opérations entre les parenthèses, puis celles entre les crochets.

Étape 2 : Exposants

On évalue en deuxième lieu, les termes contenant un exposant s'il y en a. Par exemple, pour évaluer l'expression $2{,}5 \times 3{,}1^2$, on évalue $3{,}1^2$ avant d'effectuer la multiplication.

Étape 3 : Divisions et multiplications

On effectue ensuite les opérations de division et de multiplication selon l'ordre dans lequel elles paraissent de gauche à droite dans l'expression numérique. Par exemple, pour évaluer l'expression $2{,}25 \times 1{,}5 + 4{,}2 \div 2$, on commence par calculer $2{,}25 \times 1{,}5$ et $4{,}2 \div 2$, puis on additionne les deux résultats.

Étape 4 : Additions et soustractions

On effectue en dernier lieu les opérations d'addition et de soustraction selon l'ordre dans lequel elles paraissent de gauche à droite dans l'expression numérique. Par exemple, pour évaluer l'expression $4{,}5 - 1{,}2 + 6{,}3$, on effectue d'abord la soustraction, puis l'addition.

Ainsi, pour évaluer l'expression $5{,}5 \div 1{,}1 + (2{,}5 \times 8 - 4^2)$, on doit procéder dans l'ordre suivant :

- évaluer 4^2 : l'expression devient alors $5{,}5 \div 1{,}1 + (2{,}5 \times 8 - 16)$,
- multiplier 2,5 par 8 : l'expression devient alors $5{,}5 \div 1{,}1 + (20 - 16)$;
- soustraire 16 de 20 : l'expression devient alors $5{,}5 \div 1{,}1 + 4$;
- diviser 5,5 par 1,1 : l'expression devient alors $5 + 4$;
- additionner 5 et 4, ce qui nous donne un résultat de 9.

Priorité des opérations (*Suite*)

On résume parfois la priorité des opérations à l'aide du sigle **PEDMAS :**
P désigne les parenthèses (ou les crochets).
E désigne les exposants.
D et **M** désignent la division et la multiplication.
A et **S** désignent l'addition et la soustraction.

1. Quelle opération effectuerais-tu en premier pour évaluer les expressions suivantes?

a) $4{,}2 + (3{,}6 \div 0{,}9) \times 5$

b) $4{,}2 + 3{,}6 \div 0{,}9 \times 5$

c) $(4{,}2 + 3{,}6) \div 0{,}9 \times 5$

d) $4{,}2 + (3{,}6 \div 0{,}9 \times 5)$

2. Évalue chaque expression en respectant la priorité des opérations.

a) $9{,}5 + 8{,}1 - 1{,}75 \times 4 \div 3{,}5$

b) $1{,}5 \times 2{,}5 + 3{,}75 \div 1{,}25 - 0{,}8$

c) $13{,}25 - 1{,}2 \times 3 + 7{,}8 \div 0{,}6$

d) $6{,}4 \div (0{,}4 + 1{,}2) \times (4 - 3{,}1)$

e) $[11{,}3 + 0{,}67 - (2{,}8 + 1{,}7)] \times 5 \div 2{,}5$

f) $11{,}53 + 4{,}2 - (0{,}4 + 2{,}6) \times 6{,}6 \div 2{,}2$

Priorité des opérations (*Suite*)

3. Pourquoi les expressions $(4,5 - 2,5) \times 4,2 \div 2,1$ et $4,5 - 2,5 \times (4,2 \div 2,1)$ donnent-elles des résultats différents alors qu'elles contiennent les mêmes nombres et les mêmes opérations?

4. Démontre qu'en partant de 0, puis en effectuant les trois opérations ci-dessous dans des ordres différents, on obtient des résultats différents.

Diviser par 1,5	Multiplier par 3	Additionner 2,5

5. Insère des parenthèses dans l'expression suivante afin qu'elle corresponde à un résultat de 3,5.

$0,3 + 1,7 \times 2 - 2,5 \div 5$

6. **a)** Crée une expression numérique comprenant au moins trois opérations avec des nombres décimaux qui donnerait le même résultat en l'évaluant de gauche à droite qu'en respectant la priorité des opérations.

b) Explique pourquoi la priorité des opérations n'a pas d'importance dans ce cas.

7. **a)** Crée une expression numérique comprenant des opérations avec des nombres décimaux, qui font qu'il est nécessaire de connaître la priorité des opérations pour obtenir un résultat de 4,5.

b) Quelles connaissances de la priorité des opérations sont nécessaires à sa bonne résolution?